

Hong Kong Mathematics Olympiad (2023/24)

Heats – Individual Event

香港數學競賽 (2023/24)

初賽個人項目

Unless otherwise stated, all answers should be given in exact numerals in their simplest form.
No approximation is accepted.

The diagrams are not necessarily drawn to scale.

除特別指明外，所有答案須以數字的真確值表達，並化至最簡。

不接受近似值。

所有附圖不一定依比例繪成。

Part A

甲部

- Find the sum of the factors of 2024.
求 2024 的所有因數之和。
- If $a^{3y} = 729$, find the value of a^{-2y} .
若 $a^{3y} = 729$ ，求 a^{-2y} 的值。
- A 6-digit number is formed by joining two identical 3-digit numbers, such as 256256 and 678678. Find the greatest common factor of these 6-digit numbers.
一個 6 位數由兩個相同的 3 位數組合而成，如 256256 及 678678。求這些 6 位數的最大公因數。
- If $4^{x+3} - 47 = 193 + 4^{x+1}$, find the value of $(4^{x+3})(4^{x+1})$.
若 $4^{x+3} - 47 = 193 + 4^{x+1}$ ，求 $(4^{x+3})(4^{x+1})$ 的值。
- In a right-angled triangle, the lengths of the medians from the vertices of the acute angles are 7 and 9. Find the length of the hypotenuse of the triangle.
在一直角三角形中，從銳角頂點所作的中線長度為 7 及 9。求三角形斜邊的長。
- Eric was born in 20th century (1901 – 2000), and he was y years old in the year of y^2 . Find his year of birth.
志偉 生於 20 世紀 (1901 – 2000)，於 y^2 年時的歲數為 y 。求 志偉 的出生年份。

7. As shown in Figure 1, a common tangent touches a large and a small circles at P and Q respectively. Given that the two circles touch each other at C and their radii are 49 and 25 respectively, find the length of PQ .

如圖一所示，一條公切線與一大圓及一小圓分別相交於點 P 及 Q 。已知該兩圓相交於點 C 且它們的半徑分別為 49 及 25，求 PQ 的長。

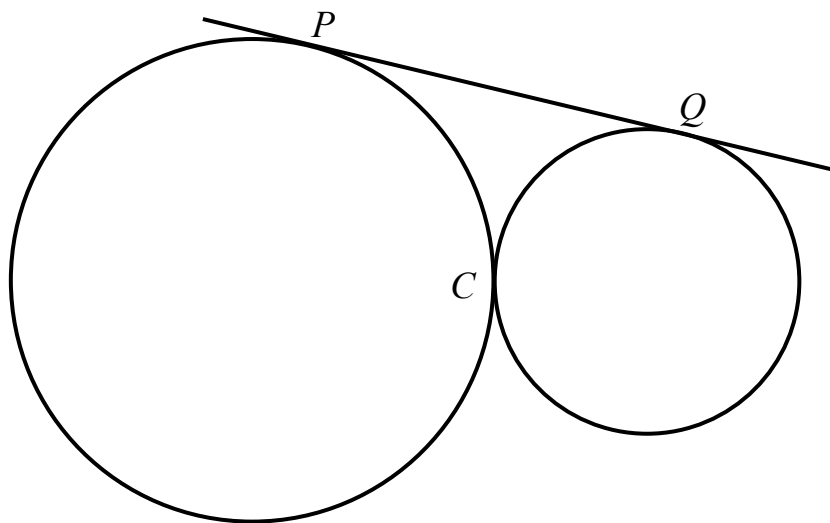


Figure 1

圖一

8. As shown in Figure 2, $ABCD$ is a quadrilateral. If $\angle ABD = \angle CBD = 60^\circ$, $\angle ADB = 74^\circ$ and $\angle CDB = 53^\circ$, find the value of $\angle BAC$.

如圖二所示， $ABCD$ 是一個四邊形。若 $\angle ABD = \angle CBD = 60^\circ$ ， $\angle ADB = 74^\circ$ 及 $\angle CDB = 53^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 的值。

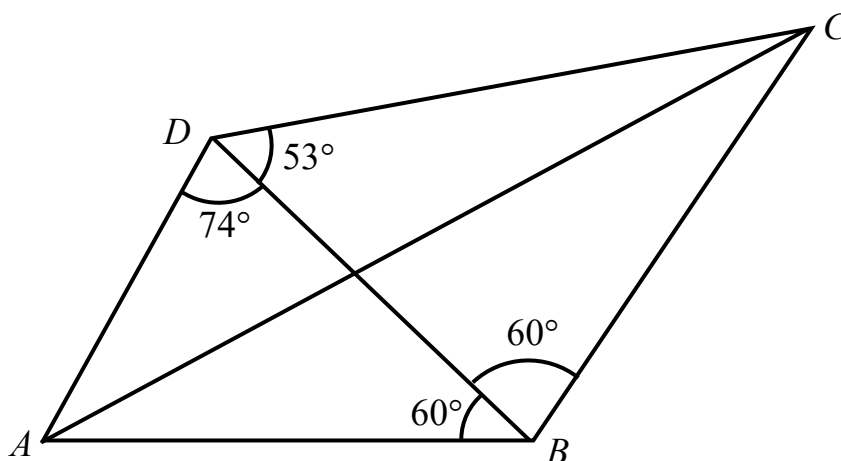


Figure 2

圖二

9. Let a be a positive real number. If the system of equations $\begin{cases} (a+3)x + (a+2)y = 1 \\ (a-1)x - ay = 1 \end{cases}$ has no solution, find the value of a .

設 a 為正實數。若方程組 $\begin{cases} (a+3)x + (a+2)y = 1 \\ (a-1)x - ay = 1 \end{cases}$ 無解，求 a 的值。

10. Figure 3 shows the circle $ABCDEFGH$. Find the value of $a+b+c+d$.

圖三所示為圓 $ABCDEFGH$ 。求 $a+b+c+d$ 的值。

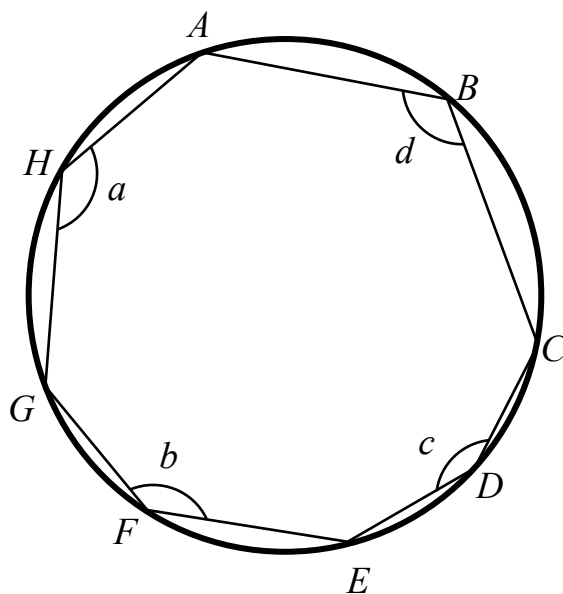


Figure 3

圖三

Part B

乙部

11. If $1+2+3+\cdots+k$ is a perfect square N , where $N < 250\,000$, find the largest possible value of N .

若 $1+2+3+\cdots+k$ 的和為一完全平方 N ，其中 $N < 250\,000$ ，求 N 的最大可能值。

12. If the lengths of the three sides of a $\triangle ABC$ are 9, 10 and 17, find the radius of the circum-circle of $\triangle ABC$.

若 $\triangle ABC$ 的邊長為 9、10 及 17，求 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑。

13. Find the value of $S = \frac{1}{2024} - \frac{3}{2024^2} + \frac{5}{2024^3} - \frac{7}{2024^4} + \frac{9}{2024^5} - \dots$.

求 $S = \frac{1}{2024} - \frac{3}{2024^2} + \frac{5}{2024^3} - \frac{7}{2024^4} + \frac{9}{2024^5} - \dots$ 的值。

14. In Figure 4, XY is a diameter of the circle with centre at O and radius 5 cm. XY intersects the chord AB at Q such that $\angle AQQ = 90^\circ$ and $XQ = QO$. A semi-circle with diameter AB intersects XY at M . BM produced intersects the circle at C . Find the length of AC .

圖四中， XY 是一個以 O 為圓心及半徑為 5 cm 的圓的直徑。 XY 與弦 AB 相交於點 Q ，使得 $\angle AQQ = 90^\circ$ 及 $XQ = QO$ 。以 AB 為直徑的半圓與 XY 相交於 M ，延線 BM 與圓相交於點 C ，求 AC 的長。

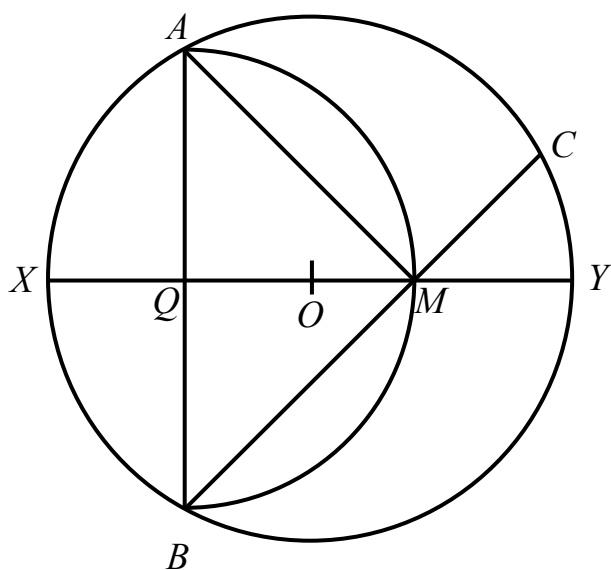


Figure 4

圖四

15. In Figure 5, P and R are points on the circle C . AP is the tangent to C at P and AR intersects C at Q . If $QR = 10$ and $PA = 5\sqrt{3}$, find the length of AQ .
- 圖五中，點 P 及 R 均在圓 C 上。過點 A 的切線與 C 相交於 P 及 AR 與 C 相交於 Q 。若 $QR = 10$ 及 $PA = 5\sqrt{3}$ ，求 AQ 的長。

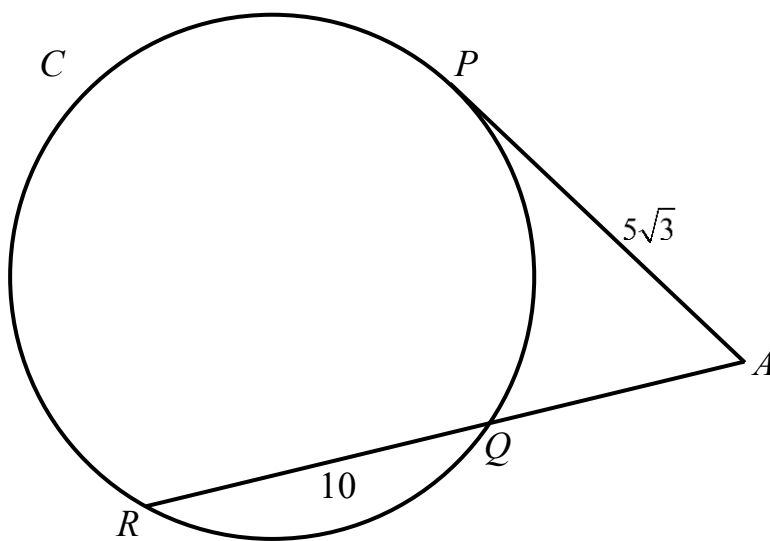


Figure 5

圖五

END

完